

# 时延有界的 PD-NOMA 物联网高可靠接入算法

徐朝农<sup>1</sup>, 吴建雄<sup>1</sup>, 徐勇军<sup>2</sup>

(1. 中国石油大学(北京)信息科学与工程学院, 北京 102249; 2. 中国科学院计算技术研究所, 北京 100080)

**摘要:** 考虑一个基于  $k$  阶串行干扰消除的功率域非正交接入的单跳网络, 研究在定义功率域非正交多路接入的可靠性模型的基础上, 在传输时延有界的前提下, 研究如何通过用户组配和功率分配来最大化上行传输的平均可靠性, 进而为其提出了一个复杂度为  $O(n \log n)$  的启发式算法, 其中  $n$  是用户数。此外, 还证明了该算法在  $k=2$  的情况下是最优的。性能评估表明, 随着时延的线性增加, 传输可靠性将呈指数增长趋势; 相对随机组配策略, 所提算法会获得明显的可靠性增强。

**关键词:** 非正交多址接入; 串行干扰消除; 时延; 可靠性; 功率分配

**中图分类号:** TP929.5

**文献标识码:** A

**doi:** 10.11959/j.issn.1000-436x.2020189

## Highly reliable access algorithm for PD-NOMA based IoT with delay guarantee

XU Chaonong<sup>1</sup>, WU Jianxiong<sup>1</sup>, XU Yongjun<sup>2</sup>

1. College of information Science and Engineering, China University of Petroleum (Beijing), Beijing 102249, China

2. Institute of Computing Technology, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China

**Abstract:** A single-hop PD-NOMA network supporting  $k$ -successive interference cancellation ( $k$ -SIC) was considered. Given the real-time performance requirements, how to maximize the average reliability of uplink transmissions by the joint users grouping and power allocation was studied. A heuristic algorithm with complexity of  $O(n \log n)$  was presented, where  $n$  was the number of users. The algorithm was also proved to be the optimal if  $k=2$ . The performance evaluations reveal that the transmission reliability will increase exponentially with the linear degradation of the real-time performance guarantee. Besides, the transmission reliability is enhanced with respect to the random users grouping algorithm.

**Key words:** non-orthogonal multiple access, successive interference cancellation, delay, reliability, power allocation

### 1 引言

相对于一般的移动通信, 应急通信对传输时延和可靠性同时有着更严格的要求, 因为过时的、不可靠传输的数据对于应急通信应用意义有限<sup>[1]</sup>。因此, 超可靠性低时延通信 (URLLC, ultra reliable and low latency communication) 被认为是下一代应急通信物联网的关键技术之一<sup>[1-3]</sup>。在物联网时代, 网络中传感器的规模和数量有着几何级数的增长, 这对通信时延和可靠性提出了更高的挑战<sup>[3-5]</sup>。

图 1 表示了功率域非正交多址接入 (PD-NOMA, power domain non-orthogonal multiple access) 技术的复用原理<sup>[6]</sup>。与传统的正交多址技术相比, 基于串行干扰消除 (SIC, successive interference cancellation) 技术<sup>[7]</sup>, 将用户复用的方式从传统的时域、频域和码域拓展到了功率域。在发射端, 用户各自独立地进行数据发送; 在接收端, 用户采用 SIC 技术进行多用户解码<sup>[8]</sup>。SIC 检测器通过串行方式解码, 每一级只对一个用户进行解码, 解码顺序则由各个用户在接收端的功率值所决定, 功率越大的用

收稿日期: 2020-06-12; 修回日期: 2020-08-15

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No.61702487)

**Foundation Item:** The National Natural Science Foundation of China (No.61702487)

户解码顺序越靠前。在接收机捕获了一个信号之后,对其进行重构,重构后在原有信号中将其消除。重复上述的 SIC 解码流程,直到所有用户全部完成解码。

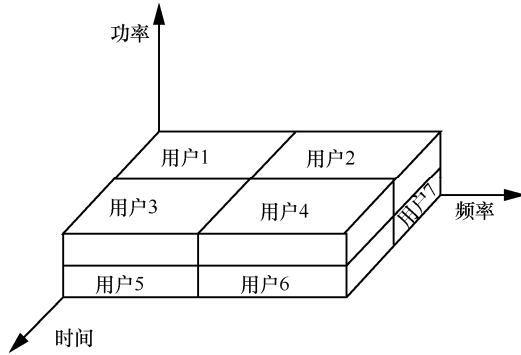


图1 功率域 NOMA 示意

显然,非正交接入提高了并行接入的用户数,因此传输时延性能有所提升。然而,由于并行传输引起的高干扰,其传输可靠性受到很大影响<sup>[9]</sup>。因此,面对应急通信中的低时延高可靠上行传输需求,有必要找到一种方案,在保证实时性能的前提下,使上行传输的可靠性也能满足要求。

本文针对 PD-NOMA 技术,在传输时延有界的前提下,研究如何通过用户组配和功率分配来最大化上行传输的平均可靠性。基于此,本文设计了一种复杂度为  $O(n \log n)$  的启发式算法,并证明了该算法在 2-SIC 下是最优的。本文的贡献总结如下。

1) 针对 PD-NOMA 的可靠性问题,构建了基于 BPSK (binary phase shift keying) 调制和  $k$ -SIC 接收机条件下的闭式传输可靠性模型。这个模型不仅为本文、也为后续相关研究提供了坚实的数学模型,还为定量研究 PD-NOMA 下的传输可靠性奠定了理论基础。

2) 在保证传输时延的前提下,以多用户的平均传输可靠性为优化目标,基于联合用户组配<sup>[10]</sup>和功率分配的方法,对问题进行了形式化建模,并在上述可靠性模型的基础上,提出了一种低复杂度的启发式算法。

3) 从理论上证明了该启发式算法在 2-SIC 情况下是最优的。

## 2 相关工作

贝尔实验室对 VBLAST (vertical Bell-labs layered space time) 系统的可靠性进行了理论分析<sup>[11]</sup>,其研

究的场景是 MIMO (multi input multi output) 应用,并非是多用户场景,但是其对 SIC 解码过程中可靠性的定量分析为目前 PD-NOMA 的可靠性分析提供了有益借鉴。文献[12]对文献[11]进行了改进,提出在 BPSK 调制下以递归式表示的误码率。文献[12]采用符号错误概率来定义可靠性,进而给出了系统中所有用户不能同时正确解码的概率,但没有给出系统误码率的期望。需要说明的是,文献[11-12]的研究对象是 MIMO,和本文的多用户场景是完全不同的,因此误码率的模型不同。

文献[13]提出了单天线 2-SIC 下的误码率模型,但它在接收端使用了传统的星座图解码方式而非 SIC 解码。文献[14]在  $k$ -SIC 条件下,寻找到使平均功率耗费最小的联合功率分配与最优组配策略。文献[15]在忽略 SIC 解码级的前提下,定义了 PD-NOMA 下的错误概率,以获得一个闭式的错误概率表达式。文献[16]分析了基于可见光的 PD-NOMA 下行通信下的可靠性问题。可见光涉及传输光的角度参数,与射频信号物理特性差距较大。文献[17]也分析了 PD-NOMA 下行传输的可靠性问题,这和本文研究的上行场景的区别很大,因为上行传输下 SIC 接收机特有的解码错误传递效应会更显著。

文献[18]分析了正交相移键控 (QPSK, quadrature phase shift keying) 调制下行传输的 2-SIC 误码率问题,给出了在瑞利衰落信道中下行传输中的误码率解析表达式,并且还给出了上行传输的误码率递推式。文献[19]基于瑞利分布对信道系数进行建模,进而得到了 2-SIC 下的错误概率解析表达式。文献[20]基于 Nakagami- $m$  衰落信道提出了 PD-NOMA 下行链路误码率的解析表达式。

相对上述在 2-SIC 下的工作,本文创新性地提出了单天线  $k$ -SIC 下传输可靠性的闭式模型,因此本文工作为 PD-NOMA 可靠性的后续研究提供了有益借鉴。进而,基于该闭式模型,研究了多用户下的高可靠上行传输问题,并提出了相应的解决算法。理论分析和实验结果都充分说明了模型的客观性和算法的有效性。

## 3 可靠性模型与问题建模

本文考虑一个单跳单信道无线网络,网络中有  $n$  个单天线发送者和一个单天线接收基站。接收基站装有一个  $k$ -SIC 接收器。一个  $k$ -SIC 接收器最多可以同时解码  $k$  个用户信号。在这个网络中,收发

者都采用 BPSK 调制解调, 时间被划分为帧, 每个帧被划分为时槽, 信道增益在一个时间帧里保持恒定。假设所有用户的最大传输功率均相同, 为  $P_{\max}$ 。所有用户的发送功率连续可调, 采用完美的 SIC 技术<sup>[21-22]</sup>。

为了便于理解, 本文首先根据信号解码的错误概率分布, 在 3.1 节针对 2-SIC 情况推导出一个信号传输可靠性模型, 并在 3.2 节将其推广到  $k$ -SIC 下。在这个模型的基础上, 3.3 节对所研究的问题进行了建模。表 1 列出了本文主要变量的定义。

表 1 本文主要变量的定义

符号	含义
$Y$	基站处接收到的信号
$U_i$	用户 $i$
$G_i$	用户 $i$ 到基站的信道增益
$p_i$	用户 $i$ 的发送功率
$X_a, X_b$	Alice 和 Bob 发送的符号, 只能取 $\{-1, 1\}$
$A_i$	用户 $i$ 的归一化接收幅度
$\hat{A}_i$	用户 $i$ 的最大归一化接收幅度
$BE(A_a, A_b)$	Alice 和 Bob 的归一化接收幅度为 $A_a$ 和 $A_b$ 时的传输位错误数
$BER(A_a, A_b)$	Alice 和 Bob 的归一化接收幅度为 $A_a$ 和 $A_b$ 时的传输位错误率
$A_{i A_j}$	给定 $A_a$ 的条件下, 使 $BER(A_a, A_b)$ 最小的 $A_b$ 值
$\widetilde{A}_{b A_a}$	$A_{i A_j}$ 与 $\hat{A}_b$ 的最小值
$\sigma^2$	噪声功率
$P(X_a=1 (0,0))$	Alice 和 Bob 同时传输数据位 0 时, 基站错误解码 Alice 数据位的概率
$L$	最大帧长
$t_i$	用户 $i$ 的被调度时槽序号
$x_{j_1, \dots, j_k}^{(m)}$	用户 $j_1, \dots, j_k$ 在时槽 $m$ 上同时传输时的位错误数

### 3.1 2-SIC 下的可靠性模型

为了便于理解  $k$ -SIC 下的可靠性模型, 本文先考虑 2-SIC 接收机。当  $U_a$  和  $U_b$  同时向接收端传输信号时, 接收端的信号  $Y$  可以表示为

$$Y = \sqrt{P_a} G_a X_a + \sqrt{P_b} G_b X_b + n_0 \quad (1)$$

其中,  $P_a$  和  $P_b$  分别是  $U_a$  和  $U_b$  的发送功率,  $G_a$  和  $G_b$  是它们各自的信道增益;  $n_0$  是加性高斯白噪声, 服从  $N(0, \sigma)$  分布,  $\sigma^2$  是噪声功率;  $X_a$  和  $X_b$  分别是  $U_a$  和  $U_b$  发送的信号, 当  $U_a$  发送 1 时,  $X_a=1$ , 当  $U_a$  发送 0 时,  $X_a=-1$ ,  $U_b$  同理。将式(1)归一化, 得

$$\bar{Y} = \frac{Y}{\sigma} = \frac{\sqrt{P_a} G_a}{\sigma} X_a + \frac{\sqrt{P_b} G_b}{\sigma} X_b + \frac{n_0}{\sigma} \quad (2)$$

定义 1 当  $U_a$  以功率  $P_a$  发射时, 称  $\frac{\sqrt{P_a} G_a}{\sigma}$  为  $U_a$  的归一化接收幅度, 记为  $A_a$ 。

因此, 式(2)可改写为

$$\bar{Y} = A_a X_a + A_b X_b + \frac{n_0}{\sigma} \quad (3)$$

式(3)为归一化接收信号。显然,  $\bar{Y}$  满足高斯分布, 期望为  $A_a X_a + A_b X_b$ , 方差为 1。因为 BPSK 信号以 0 电平为判决阈值, 所以尽管实际解码对象是  $Y$ , 而下文却用  $\bar{Y}$  的值来进行判决, 但两者判决结果是一致的。

假设  $U_a$  和  $U_b$  同时传输数据, 它们的归一化接收幅度分别为  $A_a$  和  $A_b$ 。不失一般性, 假设  $A_a > A_b$ 。根据 SIC 解码原则,  $U_a$  会被首先解码。如图 2 的归一化接收信号所示, 当  $U_a$  和  $U_b$  同时发送数据 0 时,  $X_a$  被判定为 +1 的归一化接收信号幅度区间为  $(0, \infty)$ 。如果  $U_a$  被正确解码, 那么  $X_b$  被判定为 +1 的归一化接收信号幅度区间则为  $(-A_a, 0)$ 。此时  $U_a$  的错误判决概率为

$$P((X_a = 1) | (0, 0)) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{A_a + A_b}^{\infty} e^{-\frac{t^2}{2}} dt = Q(A_a + A_b) \quad (4)$$

其中,  $(0, 0)$  表示  $U_a$  和  $U_b$  均发送数据 0,  $Q(\cdot)$  为  $Q$  函数, 且  $Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$ 。

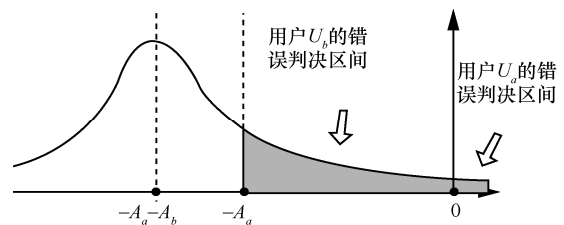


图 2 当  $U_a$  和  $U_b$  同时传输 0 时 2-SIC 的解码错误判决区间

只有当  $U_a$  被正确解码时,  $U_b$  才有可能被正确解码。因此, 在  $U_a$  正确解码的前提下,  $U_b$  正确解码的概率为

$$P((X_b = 1) | (X_a = -1)(0, 0)) = \frac{\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{A_b}^{A_a + A_b} e^{-\frac{t^2}{2}} dt}{\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-(A_a + A_b)}^{\infty} e^{-\frac{t^2}{2}} dt} = \frac{Q(A_b) - Q(A_a + A_b)}{Q(-(A_a + A_b))} \quad (5)$$

类似地，当  $U_a$  和  $U_b$  都发送数据 1 时，可得

$$\begin{aligned} P(X_a = -1 | (1,1)) &= P(X_a = 1 | (0,0)) \\ P(X_b = -1 | ((X_a = 1) \& (1,1))) &= \\ P(X_b = 1 | ((X_a = -1) \& (0,0))) & \end{aligned}$$

以上揭示了  $U_a$  和  $U_b$  传输相同数据时的位错误率。同理，当  $U_a$  和  $U_b$  传输不同的数据时，也可以用相似的方法得出以下结论。

如图 3 所示，当  $U_a$  传输 0、 $U_b$  传输 1 时， $U_a$  的错误判决区间为  $(0, +\infty)$ ；如果  $U_a$  被正确解码， $U_b$  的错误判决区间为  $(-\infty, -A_a)$ 。那么

$$\begin{aligned} P((X_a = 1) | (0,1)) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{A_a - A_b}^{\infty} e^{-\frac{t^2}{2}} dt = Q(A_a - A_b) \quad (6) \\ P((X_b = -1) | ((X_a = -1) \& (0,1))) &= \\ \frac{\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{A_b}^{\infty} e^{-\frac{t^2}{2}} dt}{\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-(A_a - A_b)}^{\infty} e^{-\frac{t^2}{2}} dt} &= \frac{Q(A_b)}{Q(-(A_a - A_b))} \quad (7) \end{aligned}$$

类似地，可得  $P((X_a = -1) | (1,0)) = P((X_a = 1) | (0,1))$ 。

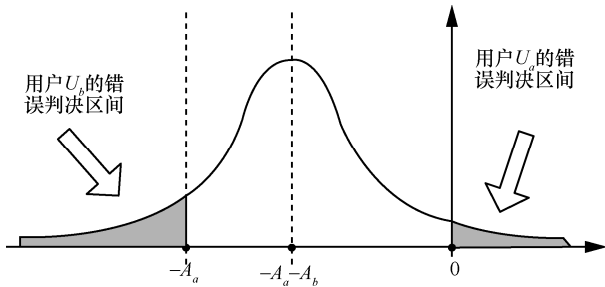


图 3 当  $U_a$  和  $U_b$  分别传输 0、1 时 2-SIC 的解码错误判决区间

综上各种情况，并且考虑到经过信源编码后，用户发送 0、1 的概率相同，因此误码位数的期望为

$$\begin{aligned} E(\text{BE}(A_a, A_b)) &= P((X_a = 1) | (0,0)) + P((X_a = 1) | (0,1)) + \\ &+ \frac{P((X_b = 1) | ((X_a = 1) \& (1,0)))P((X_a = 1) \& (1,0))}{2} + \\ &+ \frac{P((X_b = 1) | (X_a = -1) \& (0,0))P((X_a = -1) \& (0,0))}{2} \quad (8) \end{aligned}$$

而平均误码率为误码数量和传输位数的比值，单时槽 2-SIC 条件下传输位数为 2，因此误码率为

$$\begin{aligned} \text{BER}(A_a, A_b) &= \frac{1}{2} E(\text{BE}(A_a, A_b)) = \\ \frac{1}{2} (Q(A_b) + Q(A_a - A_b) + \frac{1}{2} Q(A_a + A_b)) & \quad (9) \end{aligned}$$

### 3.2 $k$ -SIC 下的可靠性模型

本节将上述 2-SIC 的分析方法推广到  $k$ -SIC。为了总结出一般规律，先将误码率模型推广到 3-SIC，以获得推广的启示。为标识清晰，本节将角标由字母变换为数字。

在 SIC 解码的过程中，错误具有传递性。即当任何一个用户解码错误，解码过程立即终止，尚未解码的用户不再进行解码，按照误码进行处理。3 个用户  $U_1$ 、 $U_2$  和  $U_3$  同时传输数据，它们的归一化接收幅度分别为  $A_1$ 、 $A_2$  和  $A_3$ 。不失一般性，假设  $A_3 > A_2 > A_1$ 。

当 3 个用户都传输 0 时，仍然根据高斯白噪声的概率式，以及 BPSK 的解码判决机制来寻找位错误率，具体如图 4 所示。

1) 当接收的归一化信号幅度在  $(0, \infty)$  时， $X_3$  被判定为 +1， $U_3$  解码错误。根据错误的传递性，此时用户  $U_3$ 、 $U_2$  和  $U_1$  均解码错误，错误位数为 3。

2) 当接收的归一化信号幅度在  $(-\infty, 0)$  时， $U_3$  解码正确，此时继续判决用户  $U_2$  如下。

2.1) 当接收的归一化信号幅度在  $(-A_3, 0)$  时， $X_2$  被判定为 +1， $U_2$  解码错误。根据错误传递性， $U_2$ 、 $U_1$  均错，此时错误位数为 2。

2.2) 当接收区间为  $(-A_3 - A_2, -A_3)$  时， $U_3$ 、 $U_2$  解码成功，用户  $U_1$  解码错误。此时错误位数为 1。

综合上述情况，当用户  $U_3$ 、 $U_2$  和  $U_1$  均传输 0 时，误码位数的期望为

$$\begin{aligned} E(\text{BE}(A_1, A_2, A_3) | (0,0,0)) &= 3Q(A_3 + A_2 + A_1) + \\ &+ 2(Q(A_2 + A_1) - Q(A_3 + A_2 + A_1)) + (Q(A_1) - \\ &- Q(A_2 + A_1)) = Q(A_1) + Q(A_2 + A_1) + Q(A_3 + A_2 + A_1) \quad (10) \end{aligned}$$

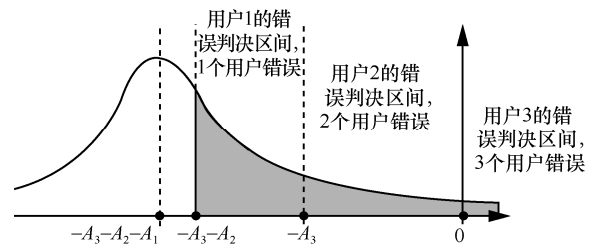


图 4 当 3 个用户都传输 0 时 3-SIC 的解码错误判决区间

同理，可得 3 个用户传输其他数据值时的误码个数。

综合其他情况，可得 3-SIC 的误码率表达式如式(11)所示。4-SIC 的误码率表达式也可依此方法得出，如式(12)所示。

$$\begin{aligned} \text{BER}(A_1, A_2, A_3) &= \frac{1}{3}Q(A_1) + \frac{1}{2}Q(A_2 + A_1) + \\ &\frac{2}{2}Q(A_2 - A_1) + \frac{1}{4}Q(A_3 + A_2 + A_1) + \\ &\frac{1}{4}Q(A_3 + A_2 - A_1) + \frac{2}{4}Q(A_3 - A_2 + A_1) + \\ &\frac{3}{4}Q(A_3 - A_2 - A_1) \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \text{BER}(A_1, A_2, A_3, A_4) &= Q(A_1) + \frac{1}{2}Q(A_2 + A_1) + \\ &\frac{2}{2}Q(A_2 - A_1) + \frac{1}{4}Q(A_3 + A_2 + A_1) + \\ &\frac{1}{4}Q(A_3 + A_2 - A_1) + \frac{2}{4}Q(A_3 - A_2 + A_1) + \\ &\frac{3}{4}Q(A_3 - A_2 - A_1) + \frac{1}{8}Q(A_4 + A_3 + A_2 + A_1) + \\ &\frac{1}{8}Q(A_4 + A_3 + A_2 - A_1) + \frac{1}{8}Q(A_4 + A_3 - A_2 + A_1) + \\ &\frac{1}{8}Q(A_4 + A_3 - A_2 - A_1) + \frac{2}{8}Q(A_4 - A_3 + A_2 + A_1) + \\ &\frac{2}{8}Q(A_4 - A_3 + A_2 - A_1) + \frac{3}{8}Q(A_4 - A_3 - A_2 + A_1) + \\ &\frac{4}{8}Q(A_4 - A_3 - A_2 - A_1) \end{aligned} \quad (12)$$

由式(11)以及式(9)可知, 3-SIC 解码过程中包含了完整的 2-SIC 解码过程, 也即解码完功率最大的用户之后, 即为 2-SIC 解码过程。同理, 4-SIC 解码过程中包含了 3-SIC 解码过程。这为本文获得  $k$ -SIC 下的位错误率的闭式表达式提供了有益的启示。

**定理 1**  $k$ -SIC 接收机的误码率为

$$\text{BER}(A_1, A_2, \dots, A_k) = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{2^{j-1}} \frac{f(i, j)}{2^{j-1}} Q \left( \sum_{m=1}^j (-1)^{\lfloor \frac{i-1}{2^{m-1}} \rfloor} A_m \right) \quad (13)$$

其中,  $j$  为 SIC 解码层数, 取值范围为  $1 \sim k$ ,  $\lfloor \cdot \rfloor$  为下取整操作。考虑解码层数为  $j$  时,  $(A_1, A_2, \dots, A_j)$  的取值组合共有  $2^{j-1}$  种, 用  $i$  代表这  $2^{j-1}$  个信号幅度的取值组合的序号, 有

$$f(i, j) = \begin{cases} 1, & 1 \leq i \leq 2^{j-2} \\ 2, & 2^{j-2} \leq i \leq 2^{j-2} + 2^{j-3} \\ \vdots \\ j, & i = 2^{j-1} \end{cases} \quad (14)$$

**证明** 利用数学归纳法进行证明。当只有一个用户传输时, 显然成立。假设  $l$  ( $l < k$ ) 个用户传输

时, 误码率表达式成立。下面对第  $l+1$  个用户传输时的情况进行分析。

为了获得一个相对直观的理解, 本文先分析当用户  $U_1 \sim U_l$  全传 0, 新加用户  $U_{l+1}$  也传 0 时的情况。一方面, 如图 5 所示, 当接收到的复合信号值  $A_{l+1}X_{l+1} + A_lX_l + \dots + A_1X_1 + \frac{n_0}{\sigma^2} > 0$  时, 由于  $X_1 = \dots = X_{l+1} = -1$ , 因此  $-A_{l+1} - A_l - \dots - A_1 + \frac{n_0}{\sigma^2} > 0$ , 出现该情况的概率为  $Q(A_{l+1} + \dots + A_l)$ 。此时,  $U_{l+1}$  解码错误, 并导致  $U_1 \sim U_l$  全部误判, 即错了  $l+1$  位。而此时, 由于  $-A_l - \dots - A_1 + \frac{n_0}{\sigma^2} > A_{l+1} > 0$ , 因此  $U_l$  将必定被译码为 1, 并导致  $U_1 \sim U_{l-1}$  全部误判, 也即译码错了  $l$  位。从而, 错误新增了 1 位。综上所述, 得到

$$\begin{aligned} E(\text{BE}(A_{l+1}, \dots, A_1) | (0, \dots, 0)) &= \\ E(\text{BE}(A_l, \dots, A_1) | (0, \dots, 0)) &+ Q(A_{l+1} + \dots + A_l) \end{aligned}$$

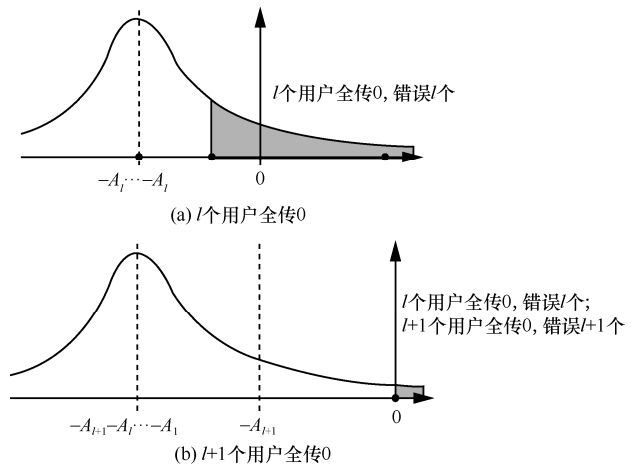


图 5 当  $l$  个用户和  $l+1$  个用户均传输 0 时的解码错误判决区间

当  $U_1 \sim U_l$  全传 1, 新加用户  $U_{l+1}$  传 0 时, 如图 6 所示, 当接收到的复合信号值  $-A_{l+1} + A_l + \dots + A_1 + \frac{n_0}{\sigma^2} > 0$  时, 由于  $X_1 = \dots = X_l = 1, X_{l+1} = -1$ , 因此出现该情况的概率为  $Q(A_{l+1} - A_l - \dots - A_1)$ 。此时,  $U_{l+1}$  解码错误, 并导致  $U_1 \sim U_l$  全部误判, 即错了  $l+1$  位。而此时, 由于  $A_l + \dots + A_1 + \frac{n_0}{\sigma^2} > A_{l+1} > 0$ ,  $A_{l-1} + \dots + A_1 + \frac{n_0}{\sigma^2} > 0, \dots, A_1 + \frac{n_0}{\sigma^2} > 0$ , 因此  $U_1 \sim U_l$  将全部被正确判决, 从而, 错误新增位数为  $l+1$ 。综上所述, 得到

$$E(\text{BE}(A_{l+1}, \dots, A_l) | (0, 1, \dots, 1)) = E(\text{BE}(A_l, \dots, A_l) | (1, \dots, 1)) + (l+1)Q(A_{l+1} - A_l - \dots - A_l)$$

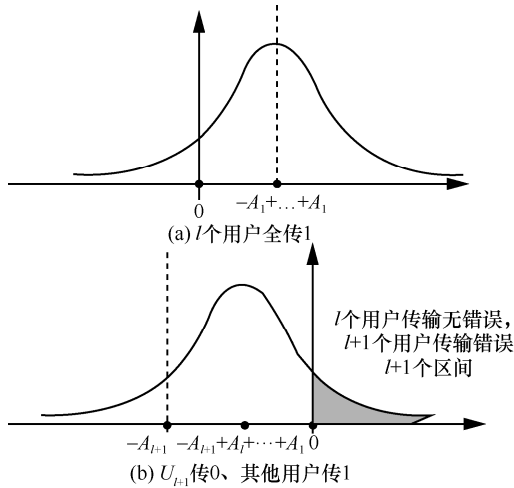


图6 当  $l$  个用户全传 1 和  $U_{l+1}$  传 0、其他用户传 1 时的解码错误判决区间

一般情况下，当  $U_1 \sim U_l$  传输某个确定的值（用  $C$  代表该值）时，接收的复合信号值的概率分布曲线的中心点坐标为  $S$ 。当  $U_{l+1}$  发射 0 时，概率分布曲线中心点将平移至  $S - A_{l+1}$ ，此时，对  $U_{l+1}$  判决错误的概率为  $Q(A_{l+1} - S)$ ；当  $U_{l+1}$  发射 1 时，概率分布曲线中心点将平移至  $S + A_{l+1}$ 。此时，对  $U_{l+1}$  判决错误的概率为  $Q(A_{l+1} + S)$ 。

$U_{l+1}$  和  $U_l$  传输数据位相同的情况共有  $2^{l-1}$  种，此时新增错误位数为 1； $U_{l+1}$  和  $U_l$  传输数据位不同，但是和  $U_{l-1}$  传输数据位相同时共有  $2^{l-2}$  种，此时新增错误位数为 2。依次类推， $U_{l+1}$  与  $U_l, U_{l-1}, \dots, U_{l-s}$  传输数据位均不同，且与  $U_{l-s-1}$  传输数据位相同的情况为  $2^{l-s-2}$  种，此时新增错误位数为  $s+1$ 。

当所有用户传输 0、1 的概率均为  $\frac{1}{2}$ ，合并上述情况，则有

$$E(\text{BE}(A_{l+1}, \dots, A_l) | C) = E(\text{BE}(A_l, \dots, A_l) | C) + f(i, l+1)Q(A_{l+1} + X_{l+1}S)$$

其中， $f(i, l+1)$  参见式(14)。注意，当  $U_1 \sim U_l$  发送的数据  $C$  为  $(X_1, X_2, \dots, X_l)$  时， $S = \sum_{m=1}^l X_m A_m$ 。从而有

$$\text{BER}(A_1, A_2, \dots, A_{l+1}) = \frac{1}{l+1} (l \text{BER}(A_1, A_2, \dots, A_l) + \frac{f(i, l+1)}{2^l} \sum Q(A_{l+1} + X_{l+1}S))$$

把式(13)的  $\text{BER}(A_1, A_2, \dots, A_l)$  及  $S$  的表达式代

入上式，得到的表达式恰为与式(13)相同的  $\text{BER}(A_1, A_2, \dots, A_{l+1})$ 。从而，当有  $l+1$  个用户时，式(13)所代表的误码率公式仍成立。证毕。

### 3.3 问题描述

**定义 2** 可靠的  $k$ -SIC 上行链路调度问题。在一个单跳网络中包含一个配备了基于 BPSK 的完美  $k$ -SIC 接收器的基站。  $U_1, U_2, \dots, U_n$  共  $n$  个用户为发送端，对应的信道增益分别为  $G_1, G_2, \dots, G_n$ 。不失一般性地，假设  $G_1 \geq G_2 \geq \dots \geq G_n$ 。所有用户的最大发送功率相同，噪声功率也相同（均为  $\sigma^2$ ）。记用户的发送功率分别为  $p_1, p_2, \dots, p_n$ 。对这些用户进行用户调度以及功率分配，当满足 1) 每个用户在同一帧里面只调度一次；2) 帧长不超过指定的长度  $L$  时，用户的平均误码率最小。

问题可以描述为

$$\min_{\substack{\{t_1, t_2, \dots, t_n\} \\ p_1, p_2, \dots, p_n}} \frac{1}{n} \sum_{m=1}^L \sum_{\substack{j_1 \in [1, \dots, n] \\ j_k \in [i, \dots, n]}} x_{j_1, \dots, j_k}^{(m)} \quad (15)$$

s.t.

$$x_{j_1, \dots, j_k}^{(m)} = \text{BE}(A_{j_1}, A_{j_2}, \dots, A_{j_k}), t_{j_1} = t_{j_2} = \dots = m \quad (16)$$

$$t_i \in \{1, \dots, L\}, \forall i \in [1, n] \quad (17)$$

$$A_i = \frac{\sqrt{p_i} G_i}{\sigma}, \forall i \in [1, n] \quad (18)$$

其中， $t_i$  是  $U_i$  被调度时的槽序号； $j_1 \sim j_k$  是同一个时槽中的  $k$  个用户；系统的可靠性受  $\{t_1, t_2, \dots, t_n\}$  和  $\{p_1, p_2, \dots, p_n\}$  共同影响，它们分别是用户组配策略和功率分配策略； $L$  是帧长限制，用于衡量实时性能（用户的最大接入时延不会超过一个帧的时长，其值可参考文献[13]，这里不进行赘述）； $k$  是单时槽内最多可同时解码的用户数，即  $k$ -SIC 中的参数  $k$ 。

### 4 问题的快速求解

可靠的  $k$ -SIC 上行链路调度问题似乎是一个组合优化问题，因此，如果通过基于优化的算法解决它，将会导致高的时间复杂度。本文提出了一种启发式的策略，并依据此启发策略提出低复杂度的算法，其思路为将原始问题顺序分解成用户组配和功率分配子问题，然后分别求解。4.1 节提出一个启发式用户组配策略，4.2 节则介绍了单时槽下的启发式功率分配策略，将 4.1 节与 4.2 节的算法顺序联合在一起，就得到了最终的快速启发式算法。目前本文还无法证明该算法在  $k$ -SIC 下是最优的，但

在第 5 节证明了当  $k=2$  时该算法是最优的, 这已经能够满足绝大多数应用场合<sup>[9]</sup>。

#### 4.1 启发式用户组配策略

若时延上界为  $L$ , 则从传输的平均可靠性角度考虑, 用户要尽量均匀分布在这  $L$  个时槽中。之所以采取这个策略是因为在一个时槽内, 用户功率将会随用户数呈指数增长趋势, 从而会给其他用户造成大的干扰, 导致可靠性下降。对于  $U_1, U_2, \dots, U_n$ , 如果最大时延限制为  $L$  个时槽 (显然, 只有  $n \leq kL$  满足时才可能满足要求), 那么一个启发式的组配策略如算法 1 所示。

##### 算法 1 $k$ -SIC 启发式用户组配算法

输入 用户  $U_1, U_2, \dots, U_n$ , 用户到基站的信道增益  $CG[n]$ , 规定的时延界  $L$

输出 用户组配策略  $GM[L]$

步骤 1 将用户按照它们的信道增益升序排列, 不失一般性, 假设  $CG[i] \leq CG[i+1]$ ,  $i = 1, 2, \dots, n-1$ ;

步骤 2 将每个用户排序后的编号模  $L$  取余, 余数相同的用户分到一组, 得到  $GM[L]$ ;

这里, 用户  $U_i$  的最大归一化接收幅度为  $\hat{A}_i$ 。对于  $U_1, U_2, \dots, U_n$ , 如果它们已经按信道增益升序排列, 则最后生成的用户组配策略为  $\{\{U_1, U_{L+1}, \dots\}; \{U_2, U_{L+2}, \dots\}; \dots; \{U_L, U_{2L}, \dots\}\}$  (不考虑时槽之间的先后关系)。

#### 4.2 $k$ -SIC 单时槽启发式功率分配策略

基于 4.1 节的误码率解析表达式, 本节提出单时槽内的功率分配的一个启发式策略<sup>[12,23]</sup>。

引理 1  $BER(A_1, A_2, \dots, A_l)$  是一个关于  $A_l$  的减函数。

证明 根据式(13)可知, 由于  $\frac{\partial BER(A_1, A_2, \dots, A_l)}{\partial A_l} =$

$$-\sum_{i=1}^{l-1} \frac{f(i, j)}{2^{k-1}} \exp\left(\sum_{m=1}^i (-1)^{\lfloor \frac{i-1}{2^m} \rfloor} A_m\right) < 0, \quad \text{因此}$$

$BER(A_1, A_2, \dots, A_l)$  关于  $A_l$  单调递减。

引理 1 说明, 为了最小化平均误码率, 第一个被解码的用户的接收功率应该取其最大值。

从而可得, 一个启发式的功率分配算法如算法 2 所示。对于  $l (l \leq k)$  个并行用户  $U_1, U_2, \dots, U_l$ , 假设它们的最大归一化接收幅度满足  $\hat{A}_1 \leq \hat{A}_2 \leq \dots \leq \hat{A}_l$ , 也即它们的解码顺序为  $U_l, \dots, U_1$ , 用户  $U_l$  的发射功率应设置成最大。对于  $U_{l-1}$

用户的功率设置, 则在把用户  $U_1, U_2, \dots, U_{l-2}$  的发射功率都设置为 0 的前提下, 通过求导使  $BER(0, 0, \dots, 0, A_{l-1}, \hat{A}_l)$  最小的功率值  $A_{l-1}$  即可, 其余用户依次类推。

##### 算法 2 $k$ -SIC 单时槽功率分配算法

输入 用户数量  $k$ , 每个用户的最大归一化接收幅度  $\hat{A}_{[l]}$ , 由  $U_k \sim U_1$  依次解码

输出 用户最优发射功率

步骤 1  $OA[k] = \hat{A}_{[k]}$ ; //初始化为最大归一化接收幅度;

步骤 2 for ( $j = k-1; j \geq 1; j--$ ) {

根据式(13)求得

$tp = \arg \min_{A_j} BER(0, 0, \dots, 0, A_j, OA[j+1], \dots, OA[k])$

$OA[j] = \min(\hat{A}_j, tp)$ ;  $P[j] = \hat{A}_j P(OA[j])$ ; //转成发射功率};

下面, 对  $k$ -SIC 功率分配算法进行解释。步骤 1 为让最先解码的幅度最大, 求得归一化接收信号幅度的最佳值  $A_k$ , 这一步的合理性已经在引理 1 中得到证明。步骤 2 将步骤 1 中得到的  $A_k$  代入式(13), 并求得第  $k-1$  层的最优接收幅度, 依次类推, 直至所有用户功率都确定。最后将归一化接收幅度转化为发射功率。

#### 4.3 $k$ -SIC 下的启发式算法

将算法 1 和算法 2 组合起来, 得到算法 3, 它是求解可靠的  $k$ -SIC 上行链路调度问题的一个启发式算法。

##### 算法 3 $k$ -SIC 下的启发式算法

步骤 1 按算法 1 得到用户组配策略;

步骤 2 在每个时槽中按算法 2 得到用户发射功率;

显然, 算法 3 的复杂度为  $O(n \log n)$ , 实质是快速排序算法的复杂度。

## 5 2-SIC 下算法 3 的最优性

### 5.1 2-SIC 下单时槽功率分配的最优性

首先说明在单时槽 2-SIC 的情况下, 算法 2 是可靠性最优的功率分配算法。

引理 1 已经说明了为达到本时槽内的最高可靠性, 第一个被解码的用户 (标记为  $U_a$ ) 的功率应该尽可能大。接下来, 引理 2 表明, 此时  $U_b$  的最优功率解是唯一的。

引理 2 对于任意指定的  $A_a$ , 当  $A_a > 5$  时,  $A_b$  有使  $BER(A_a, A_b)$  最小的唯一值。

证明  $\text{BER}(A_a, A_b)$  对  $A_b$  求偏导，得

$$\frac{\partial \text{BER}(A_a, A_b)}{\partial A_b} = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \left( -e^{-\frac{A_b^2}{2}} + e^{-\frac{(A_a - A_b)^2}{2}} - \frac{1}{2} e^{-\frac{(A_a + A_b)^2}{2}} \right)$$

对于给定的  $A_a$ ，令  $f(A_b) = \frac{\partial \text{BER}(A_a, A_b)}{\partial A_b}$ ，显然， $f(A_b)$

是关于  $A_b$  的增函数。由于  $f(0) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \left( -1 + \frac{1}{2} e^{-\frac{A_a^2}{2}} \right) < 0$ ，

当  $A_a > 5$  时，有  $f(A_a) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} (1 - \frac{1}{2} e^{-2A_a^2} - e^{-\frac{A_a^2}{2}}) > 0$ 。

因此，根据连续单调函数的中值定理可得，一定存在唯一值，使  $f(A_b) = 0$ ，并且该点为函数的极小值点（记为  $A_{|A_a}$ ）。证毕。

综上所述，当第一个用户以满功率发送，而第二个用户控制功率，使其归一化接收幅度为  $\min(\hat{A}_b, A_{|A_a})$  时，此时在该时槽内的可靠性最优。为方便起见，记其为  $\widetilde{A}_{b|A_a}$ 。

### 5.2 2-SIC 下用户组配的最优性

如果  $U_a$  和  $U_b$  共享一个时槽，它们的平均位错误率被表示为  $\text{BER}(A_a; A_b)$ ，其中  $\text{BER}(A_a; A_b) = \frac{Q(A_a) + Q(A_b)}{2}$ 。

引理 3 3 个用户  $U_a$ 、 $U_b$  和  $U_c$ ，如果它们的归一化接收幅度满足  $A_a > A_b > A_c$ ，有以下不等式成立。

$$\text{BER}(A_a, A_c; A_b) < \text{BER}(A_b, A_c; A_a)$$

$$\text{BER}(A_a, A_c; A_b) < \text{BER}(A_a, A_b; A_c)$$

证明 先写出 3 种不同组配关系下的误码率表达式 BER

$$\text{BER}(A_b, A_c; A_a) = \frac{1}{3} (Q(A_c) + Q(A_b - A_c) + \frac{1}{2} Q(A_b + A_c) + Q(A_a))$$

$$\text{BER}(A_a, A_b; A_c) = \frac{1}{3} (Q(A_b) + Q(A_a - A_b) + \frac{1}{2} Q(A_a + A_b) + Q(A_c))$$

$$\text{BER}(A_a, A_b; A_c) = \frac{1}{3} (Q(A_b) + Q(A_a - A_b) + \frac{1}{2} Q(A_a + A_b) + Q(A_c))$$

构造函数  $g_1(t) = \frac{1}{3} (Q(t) - Q(t - A_b + A_a))$ 。由于  $A_b < A_a$ ，因此  $g_1'(t) < 0$ 。从而有

$$\begin{aligned} & \text{BER}(A_b, A_c; A_a) - \text{BER}(A_a, A_c; A_b) = \\ & g_1(A_b - A_c) - g_1(A_b) + \frac{1}{2} (Q(A_b + A_c) - Q(A_a + A_c)) < 0 \end{aligned}$$

也即  $\text{BER}(A_a, A_c; A_b) < \text{BER}(A_b, A_c; A_a)$ 。

构造函数  $g_2(t) = \frac{1}{3} (Q(t) - Q(t - A_c + A_b))$ 。由于

$A_c < A_b$ ，因此  $g_2'(t) < 0$ ，从而有

$$\begin{aligned} & \text{BER}(A_a, A_b; A_c) - \text{BER}(A_a, A_c; A_b) = \\ & \frac{g_2(A_a - A_b) - g_2(A_a + A_c)}{2} + \frac{Q(A_a - A_b) - Q(A_a - A_c)}{2} > 0 \end{aligned}$$

也即  $\text{BER}(A_a, A_c; A_b) < \text{BER}(A_a, A_b; A_c)$ 。证毕。

引理 4 4 个用户  $U_a$ 、 $U_b$ 、 $U_c$  和  $U_d$ ，如果它们的归一化接收幅度满足  $A_a > A_b > A_{|A_b} \geq A_c > A_d$ ，那么  $\text{BER}(A_a, A_c; A_b, A_d) < \text{BER}(A_a, A_d; A_b, A_c)$ 。其中  $\text{BER}(A_a, A_b; A_c, A_d)$  为当  $U_a$  和  $U_b$  共享一个时槽，且  $U_c$  和  $U_d$  共享另一个时槽时的平均误码率。

证明 各种组配关系下误码率的表达式为

$$\text{BER}(A_a, A_c; A_b, A_d) = \frac{1}{4} (Q(A_d) + Q(A_b - A_d) +$$

$$\frac{1}{2} Q(A_b + A_d) + Q(A_c) + Q(A_a - A_c) + \frac{1}{2} Q(A_a + A_c))$$

$$\text{BER}(A_a, A_d; A_b, A_c) = \frac{1}{4} (Q(A_d) + Q(A_a - A_d) +$$

$$\frac{1}{2} Q(A_a + A_d) + Q(A_c) + Q(A_b - A_c) + \frac{1}{2} Q(A_b + A_c))$$

$$\text{BER}(A_a, A_b; A_c, A_d) = \frac{1}{4} (Q(A_b) + Q(A_a - A_b) +$$

$$\frac{1}{2} Q(A_a + A_b) + Q(A_d) + Q(A_c - A_d) + \frac{1}{2} Q(A_c + A_d))$$

1) 先比较  $\text{BER}(A_a, A_c; A_b, A_d)$  和  $\text{BER}(A_a, A_d; A_b, A_c)$

构造函数  $r_1(t) = \frac{1}{4} (Q(t) - Q(t - A_b + A_a))$ ，易知， $r_1(t)$  为凸函数。从而有

$$\text{BER}(A_a, A_d; A_b, A_c) - \text{BER}(A_a, A_c; A_b, A_d) =$$

$$\frac{r_1(A_b - A_c) - r_1(A_b - A_d)}{2} +$$

$$\frac{r_1(A_b - A_c) + r_1(A_b + A_c) - r_1(A_b - A_d) - r_1(A_b + A_d)}{2}$$

再根据凸函数的性质可知， $\text{BER}(A_a, A_d; A_b, A_c) > \text{BER}(A_a, A_c; A_b, A_d)$ 。

2) 再比较  $\text{BER}(A_a, A_c; A_b, A_d)$  和  $\text{BER}(A_a, A_b; A_c, A_d)$

构造函数  $r_2(t) = \frac{1}{4} (Q(t) - Q(t - A_c + A_b))$ ，易得  $r_2'(t) < 0$ 。从而有

$$\text{BER}(A_a, A_c; A_b, A_d) - \text{BER}(A_a, A_b; A_c, A_d) =$$

$$r_2(A_c) - r_2(A_a - A_b) + \frac{1}{2} r_2(A_a + A_b) -$$

$$\frac{1}{2} r_2(A_c + A_d) + r_2(A_c - A_d) < 0$$

也即  $\text{BER}(A_a, A_c; A_b, A_d) < \text{BER}(A_a, A_b; A_c, A_d)$ 。

证毕。

有了上述的铺垫，下面，本文去寻找最优解满足的必要条件。

**定理 2** 如果  $L \leq n \leq 2L$ ，对于可靠的 2-SIC 上行链路调度问题的最优解，一定没有空闲的时槽。

**证明** 如果最优解有空余时槽，根据抽屉原理，那么一定存在某个时槽，其中有 2 个用户。假设这 2 个用户为  $U_i$  和  $U_j$ ，它们相应的信道增益  $G_i > G_j$ 。因此，它们的最大归一化接收功率满足  $\hat{A}_i > \hat{A}_j$ 。

根据引理 2 和引理 3，针对这 2 个用户，它们的平均最小误码率为

$$\text{BER}(\hat{A}_i, \widetilde{A_{j|\hat{A}_i}}) = \frac{1}{2}(Q(\widetilde{A_{j|\hat{A}_i}}) + Q(\hat{A}_i - \widetilde{A_{j|\hat{A}_i}}) + \frac{1}{2}Q(\hat{A}_i + \widetilde{A_{j|\hat{A}_i}}))$$

然而，如果  $U_i$  和  $U_j$  分别在 2 个不同的时槽传输，则它们最优的误码率为

$$\text{BER} = \frac{1}{2}(Q(\hat{A}_j) + Q(\hat{A}_i))$$

因为  $Q(x)$  是  $x$  的减函数， $\widetilde{A_{j|\hat{A}_i}} < \hat{A}_i$ ，所以  $\text{BER}(\hat{A}_i, \widetilde{A_{j|\hat{A}_i}}) > \frac{1}{2}(Q(\hat{A}_j) + Q(\hat{A}_i))$ 。这与假设的最优解矛盾。证毕。

因此，如果 2 个用户分别在不同的时槽内传输，可以得到更低的误码率。综上，最优解的必要条件之一为  $L$  个时槽都被利用起来，没有空时槽出现。接下来的 2 个定理揭示了任意 2 个时槽之间的最佳用户配对策略，这 2 个定理是 2-SIC 最佳用户组配策略的关键所在。

**定理 3** 对于 3 个用户  $U_1$ 、 $U_2$  和  $U_3$ ，它们最大归一化接收幅度分别为  $\hat{A}_1$ 、 $\hat{A}_2$  和  $\hat{A}_3$ ，且满足  $\hat{A}_1 \leq \hat{A}_2 \leq \hat{A}_3$ 。如果它们在 2 个时槽内传输，那么它们的最优组配关系为  $\{\{U_3, U_1\}; \{U_2\}\}$ ，即  $U_1$  和  $U_3$  共享一个时槽， $U_2$  单独占用一个时槽。

**证明** 显然有 3 种可能的组配方式， $\alpha_1 = \{\{U_3, U_1\}; \{U_2\}\}$ 、 $\beta_1 = \{\{U_2, U_1\}; \{U_3\}\}$  和  $\gamma_1 = \{\{U_3, U_2\}; \{U_1\}\}$ 。下面直接比较 3 种组配关系的误码率。

由引理 1、引理 2 和定理 2 可知， $\alpha_1$  的最优功率分配方式为  $\{\{\hat{A}_3, \widetilde{A_{1|\hat{A}_3}}\}; \{\hat{A}_2\}\}$ ， $\beta_1$  的最优功率分配方式为  $\{\{\hat{A}_2, \widetilde{A_{1|\hat{A}_2}}\}; \{\hat{A}_3\}\}$ ， $\gamma_1$  的最优功率分配方式为  $\{\{\hat{A}_3, \widetilde{A_{2|\hat{A}_3}}\}; \{\hat{A}_1\}\}$ 。

1) 比较  $\alpha_1$  和  $\beta_1$  的误码率

因为  $\hat{A}_3 > \hat{A}_2 > \widetilde{A_{1|\hat{A}_2}}$ ，根据引理 3， $\text{BER}(\hat{A}_2, \widetilde{A_{1|\hat{A}_2}}; \hat{A}_3) > \text{BER}(\hat{A}_3, \widetilde{A_{1|\hat{A}_2}}; \hat{A}_1)$ 。根据引理 2， $\text{BER}(\hat{A}_3, \widetilde{A_{1|\hat{A}_2}}; \hat{A}_1) \geq \text{BER}(\hat{A}_3, \widetilde{A_{1|\hat{A}_1}}; \hat{A}_2)$ 。因此， $\alpha_1$  优于  $\beta_1$ 。

2) 比较  $\alpha_1$  和  $\gamma_1$  的误码率

如果  $\widetilde{A_{1|\hat{A}_3}} \geq \hat{A}_1$ ，那么组配方式  $\alpha_1$  的最优功率分配方式为  $\{\{\hat{A}_3, \hat{A}_1\}; \{\hat{A}_2\}\}$ 。因为  $\hat{A}_3 > \widetilde{A_{2|\hat{A}_3}} > \hat{A}_1$ ，由引理 3， $\text{BER}(\hat{A}_3, \widetilde{A_{2|\hat{A}_3}}; \hat{A}_1) > \text{BER}(\hat{A}_3, \hat{A}_1; \widetilde{A_{2|\hat{A}_3}})$ ；因为  $\widetilde{A_{2|\hat{A}_3}} \leq \hat{A}_2$ ，由引理 1， $\text{BER}(\hat{A}_3, \hat{A}_1; \widetilde{A_{2|\hat{A}_3}}) \geq \text{BER}(\hat{A}_3, \hat{A}_1; \hat{A}_2)$ 。因此， $\text{BER}(\hat{A}_3, \widetilde{A_{2|\hat{A}_3}}; \hat{A}_1) > \text{BER}(\hat{A}_3, \hat{A}_1; \hat{A}_2)$ 。综上所述，当  $\widetilde{A_{1|\hat{A}_3}} \geq \hat{A}_1$  时， $\alpha_1$  优于  $\gamma_1$ 。

如果  $\widetilde{A_{1|\hat{A}_3}} < \hat{A}_1$ ，因为  $\hat{A}_2 > \hat{A}_1 > \widetilde{A_{1|\hat{A}_3}}$ ，那么  $\alpha_1$  的最优功率分配方式为  $\{\{\hat{A}_3, \widetilde{A_{1|\hat{A}_3}}\}; \{\hat{A}_2\}\}$ 。 $\gamma_1$  的最优功率分配方式为  $\{\{\hat{A}_1, \widetilde{A_{1|\hat{A}_3}}\}; \{\hat{A}_1\}\}$ 。因为  $\hat{A}_3 < \hat{A}_2$ ，由引理 1， $\text{BER}(\hat{A}_3, \widetilde{A_{1|\hat{A}_3}}; \hat{A}_1) > \text{BER}(\hat{A}_3, \widetilde{A_{1|\hat{A}_3}}; \hat{A}_2)$ 。所以，当  $\widetilde{A_{1|\hat{A}_3}} \geq \hat{A}_1$  时， $\alpha_1$  优于  $\gamma_1$ 。

综上， $\alpha_1$  是 3 个用户在 2 个时槽传输的最优用户组配策略。证毕。

**定理 4** 对于 4 个用户  $U_1$ 、 $U_2$ 、 $U_3$  和  $U_4$ ，假设它们的最大归一化接收幅度分别为  $\hat{A}_1$ 、 $\hat{A}_2$ 、 $\hat{A}_3$  和  $\hat{A}_4$ ，并且满足  $\hat{A}_1 \leq \hat{A}_2 \leq \hat{A}_3 \leq \hat{A}_4$ 。如果它们在 2 个时槽内传输，那么它们最优的组配关系为  $\{\{U_1, U_3\}; \{U_2, U_4\}\}$ ，即  $U_1$  和  $U_3$  在同一个时槽内传输，同时  $U_2$  和  $U_4$  共用一个时槽。

**证明** 显然，一共有 3 种组配关系，分别是  $\alpha_2 = \{\{U_1, U_3\}; \{U_2, U_4\}\}$ 、 $\beta_2 = \{\{U_2, U_3\}; \{U_1, U_4\}\}$  和  $\gamma_2 = \{\{U_1, U_2\}; \{U_3, U_4\}\}$ ，下面对这 3 种组配关系分别进行比较。

由引理 1、引理 2 和引理 4 可知， $\alpha_2$  的最优功率分配方式为  $\{\{\hat{A}_4, \widetilde{A_{2|\hat{A}_4}}\}; \{\hat{A}_3, \widetilde{A_{1|\hat{A}_3}}\}\}$ ， $\beta_2$  的最优功率分配方式为  $\{\{\hat{A}_4, \widetilde{A_{1|\hat{A}_4}}\}; \{\hat{A}_3, \widetilde{A_{2|\hat{A}_3}}\}\}$ ， $\gamma_2$  的最优功率分配方式为  $\{\{\hat{A}_4, \widetilde{A_{3|\hat{A}_4}}\}; \{\hat{A}_2, \widetilde{A_{1|\hat{A}_2}}\}\}$ 。

1) 比较  $\alpha_2$  和  $\beta_2$  的误码率

若  $\hat{A}_1 < A_{1|\hat{A}_3}$ ，那么组配方式  $\alpha_2$  的最优功率分配

方式为  $\{\{\hat{A}_4, \widetilde{A}_{2|\hat{A}_4}\}; \{\hat{A}_3, \hat{A}_1\}\}$ ，组配方式  $\beta_2$  的最优功率分配方式为  $\{\{\hat{A}_4, \hat{A}_1\}; \{\hat{A}_3, \widetilde{A}_{2|\hat{A}_3}\}\}$ 。因为  $\hat{A}_4 > \hat{A}_3 > \widetilde{A}_{2|\hat{A}_3} > \hat{A}_1$ ，由引理 4 可得， $\text{BER}(\hat{A}_4, \hat{A}_1; \hat{A}_3, \widetilde{A}_{2|\hat{A}_3}) > \text{BER}(\hat{A}_4, \widetilde{A}_{2|\hat{A}_3}; \hat{A}_3, \hat{A}_1)$ ；由引理 2 可知， $\text{BER}(\hat{A}_4, \widetilde{A}_{2|\hat{A}_3}; \hat{A}_3, \hat{A}_1) \geq \text{BER}(\hat{A}_4, \widetilde{A}_{2|\hat{A}_4}; \hat{A}_3, \hat{A}_1)$ 。因此，在  $\hat{A}_4 < A_{1|\hat{A}_3}$  的情况下，组配方式  $\alpha_2$  比组配方式  $\beta_2$  更优。

若  $\hat{A}_1 \geq A_{1|\hat{A}_3}$ ，则组配方式  $\alpha_2$  的最优功率分配为  $\{\{\hat{A}_4, \widetilde{A}_{2|\hat{A}_4}\}; \{\hat{A}_3, A_{1|\hat{A}_3}\}\}$ ，组配方式  $\beta_2$  的最优功率分配为  $\{\{\hat{A}_4, \widetilde{A}_{1|\hat{A}_4}\}; \{\hat{A}_3, A_{1|\hat{A}_3}\}\}$ 。由于  $A_{1|\hat{A}_4} \geq \widetilde{A}_{2|\hat{A}_4} \geq \widetilde{A}_{1|\hat{A}_4} \geq \hat{A}_1$ ，由引理 2 可知， $\text{BER}(\hat{A}_4, \widetilde{A}_{1|\hat{A}_4}; \hat{A}_3, A_{1|\hat{A}_3}) \geq \text{BER}(\hat{A}_4, \widetilde{A}_{2|\hat{A}_4}; \hat{A}_3, A_{1|\hat{A}_3})$ 。所以，当  $\hat{A}_4 \geq A_{1|\hat{A}_2}$  时， $\alpha_2$  依然优于  $\beta_2$ 。

综上，组配方式  $\alpha_2$  优于组配方式  $\beta_2$ 。

### 2) 比较 $\alpha_2$ 和 $\gamma_2$ 的误码率

当  $\hat{A}_3 < A_{1|\hat{A}_4}$  时，组配方式  $\alpha_2$  的最优功率分配方式为  $\{\{\hat{A}_4, \hat{A}_2\}; \{\hat{A}_3, \widetilde{A}_{1|\hat{A}_3}\}\}$ ，组配方式  $\gamma_2$  的最优功率分配方式为  $\{\{\hat{A}_4, \widetilde{A}_{3|\hat{A}_4}\}; \{\hat{A}_2, \widetilde{A}_{1|\hat{A}_2}\}\}$ 。由引理 4 得， $\text{BER}(\hat{A}_4, \widetilde{A}_{3|\hat{A}_4}; \hat{A}_2, \widetilde{A}_{1|\hat{A}_2}) > \text{BER}(\hat{A}_4, \hat{A}_2; \widetilde{A}_{3|\hat{A}_4}, \widetilde{A}_{1|\hat{A}_2})$ 。因为  $\hat{A}_3 \geq \widetilde{A}_{3|\hat{A}_4}$ ，由引理 1 可知， $\text{BER}(\hat{A}_4, \hat{A}_2; \widetilde{A}_{3|\hat{A}_4}, \widetilde{A}_{1|\hat{A}_2}) \geq \text{BER}(\hat{A}_4, \hat{A}_2; \hat{A}_3, \widetilde{A}_{1|\hat{A}_2})$ 。

因此， $\text{BER}(\hat{A}_4, \widetilde{A}_{3|\hat{A}_4}; \hat{A}_2, \widetilde{A}_{1|\hat{A}_2}) > \text{BER}(\hat{A}_4, \hat{A}_2; \hat{A}_3, \widetilde{A}_{1|\hat{A}_2})$ 。由引理 4 可知， $\text{BER}(\hat{A}_4, \hat{A}_2; \hat{A}_3, \widetilde{A}_{1|\hat{A}_2}) \geq \text{BER}(\hat{A}_4, \hat{A}_2; \hat{A}_3, A_{1|\hat{A}_3})$ 。因此， $\text{BER}(\hat{A}_4, \widetilde{A}_{3|\hat{A}_4}; \hat{A}_2, \widetilde{A}_{1|\hat{A}_2}) > \text{BER}(\hat{A}_4, \hat{A}_2; \hat{A}_3, A_{1|\hat{A}_3})$ 。所以，当  $\hat{A}_2 < A_{1|\hat{A}_4}$  时，组配方式  $\alpha_2$  比组配方式  $\gamma_2$  更优。

当  $\hat{A}_3 \geq A_{1|\hat{A}_4}$  时，组配方式  $\alpha_2$  的最优功率分配方式为  $\{\{\hat{A}_4, A_{1|\hat{A}_4}\}; \{\hat{A}_3, \widetilde{A}_{1|\hat{A}_3}\}\}$ ，组配方式  $\gamma_2$  的最优功率分配方式为  $\{\{\hat{A}_4, A_{1|\hat{A}_4}\}; \{\hat{A}_2, \widetilde{A}_{1|\hat{A}_2}\}\}$ 。因为  $\hat{A}_2 > \hat{A}_3$ ，由引理 1 可得， $\text{BER}(\hat{A}_4, A_{1|\hat{A}_4}; \hat{A}_2, \widetilde{A}_{1|\hat{A}_2}) > \text{BER}(\hat{A}_4, A_{1|\hat{A}_4}; \hat{A}_3, \widetilde{A}_{1|\hat{A}_2})$ 。由引理 4 可得， $\text{BER}(\hat{A}_4, A_{1|\hat{A}_4}; \hat{A}_3, \widetilde{A}_{1|\hat{A}_2}) > \text{BER}(\hat{A}_4, A_{1|\hat{A}_4}; \hat{A}_3, A_{1|\hat{A}_3})$ 。因此，当  $\hat{A}_2 \geq A_{1|\hat{A}_4}$  时， $\alpha_2$  依然优于  $\gamma_2$ 。

综上， $\alpha_2$  是 2 个时槽 4 个用户下的最优用户组配策略。证毕。

显然，可靠的 2-SIC 上行链路调度问题的最优解必须满足定理 2、定理 3 和定理 4。经分析发现，满足这 3 个定理的解竟然是唯一的。也就是说在 2-SIC 的情况下，算法 3 输出的解是唯一最优解。举例如下：对于  $U_1, U_2, \dots, U_n$ ，假设它们的信道增益呈降序排列，如果时延最高为  $L \left( L \in \left( \frac{n}{2}, n \right) \right)$  个时槽，那么最优的组配策略必定如图 7 所示。其理论证明如定理 5 所示。

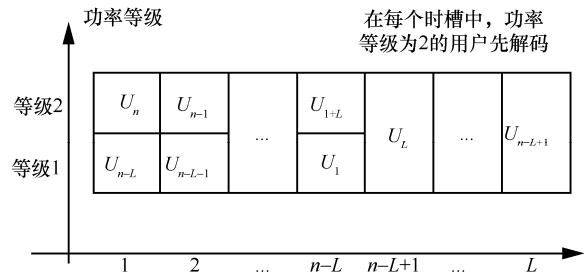


图 7 2-SIC 条件下的最优解

**定理 5** 在 2-SIC 的情况下，算法 3 输出的解是唯一最优解。

**证明** 反证法。如果还有另一种组配及功率分配方式，它与算法 3 的输出不同，则它一定会违背最优性的必要条件。具体来说，如果它的所有时槽都是有 2 个用户，则它一定违反定理 4。如果存在一个包含 2 个用户的时槽和另一个只有 1 个用户的时槽，则它一定违反定理 3。总之，找不到比算法 3 输出的更优的解。证毕。

## 6 实验仿真

本文的模拟参数设置如下。所有用户随机部署在环形区域内，其内半径和外半径分别为 500 m 和 1 200 m，并且在中心处有一个  $k$ -SIC 接收基站。噪声功率为 -126 dBm，功率谱密度为 -173 dBm/Hz，带宽为 50 kHz。所有用户的最大发射功率为 16 dBm。信道增益模型为  $\text{CG} = -20 \log(f) - 26 \log(d) + 19.2$ ，其中， $d$  为用户到基站的距离， $f=5$  GHz。

### 6.1 $k$ -SIC 下的性能比较

如图 8 所示，本文设置了 25 个用户在 5-SIC 下、20 个用户在 4-SIC 下、15 个用户在 3-SIC 下的情况，时延界限  $L$  在 5~15 变化。用户按照算法 3 进行传输。在每种情况下，随着时延参数  $L$  的逐渐增大，

每个时槽内的用户数逐渐减少，此时，误码率会显著下降。注意，图 8 纵坐标为对数坐标，误码率随着时延的下降呈指数下降。系统可以通过组配算法迅速达到可靠性最优。

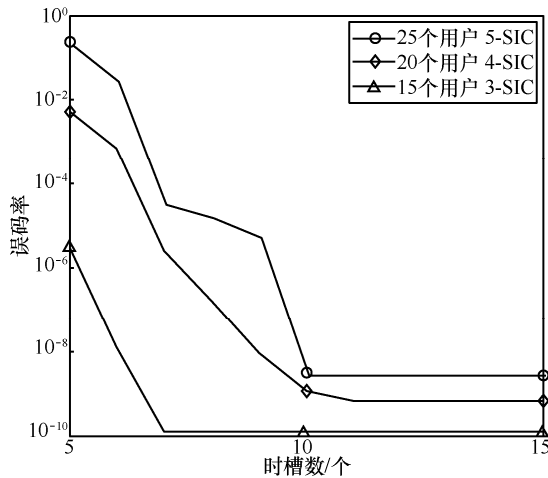


图 8 不同延时、用户数和  $k$  值下的  $k$ -SIC 平均误码率

从图 8 中可以看出，这几条曲线均有一段可靠性较平坦的区域，平均误码率无法随着时延界限的放宽而继续降低。主要原因是：对于离基站距离较远的用户，其信道增益很低，因此很难降低该用户的 BER，从而其所在的整个时槽的 BER 也难以降低。

PD-NOMA 应用的主要缺陷在于其功率消耗比较大。图 9 为在与图 8 相同条件下的每个节点的平均发射功率，即在  $L$  个时槽下，所有节点发射功率的平均值。从图 9 中可以看出，在给定用户数下，随着最大时延的增加，用户平均功率在增加，这是因为为了最优化可靠性，越多的用户采用高功率发射。而在相同的最大时延情况下，当  $L=5$  时，图 9 的 3 种仿真实例中，每个时槽分别为 3、4、5 个用户，因此与其他 2 个实例相比，15 个用户实例的高功率用户相对比例会更大，从而节点平均功耗最大。而随着  $L$  的进一步增大，这种高功率用户的比例差距会逐渐缩小，因此节点平均功耗也会逐步趋向一致。可以看出，节点平均功耗主要受高功率节点比例值的影响，当最大时延越大（小于节点数目的前提）时，平均功耗会越大，当然，其传输可靠性也会增强。

### 6.2 2-SIC 下算法 3 的最优性

如图 10 所示，本文分别设置了 30、40、50 个用户的场景，时延界限  $L$  在 15~50 变化。从图 10

中可以发现，对于给定的用户数，平均 BER 均随时延范围的增加呈指数下降。在相同的时延限制要求下，平均 BER 总是随着用户数量的增加而增加，这个现象是合乎理论的。50 个用户对应的曲线末端比较平滑，这是因为由于用户数量和时延界限都比较大，因此用户组配策略有了更大优化空间，因此不会带来可靠性性能的迅速变化。

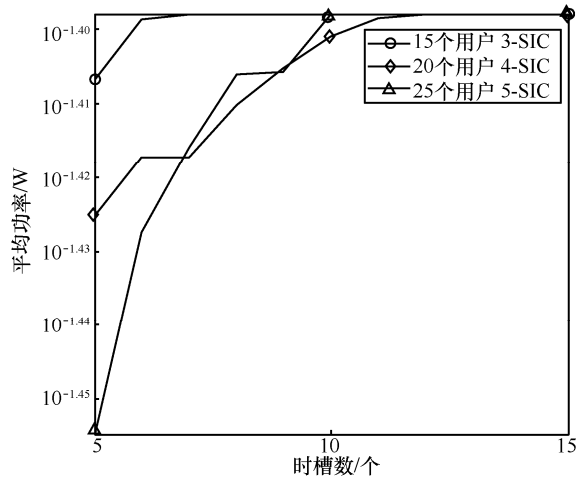


图 9 不同延时、用户数和  $k$  值下的  $k$ -SIC 平均功率

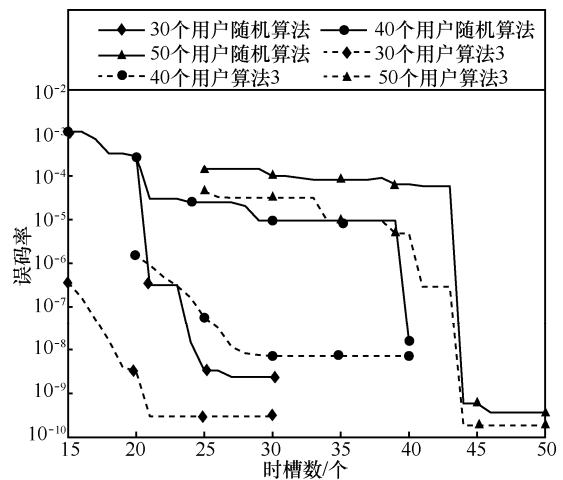


图 10 2-SIC 下算法 3 和随机算法的平均误码率

虽然已经在理论上证明了算法 3 在 2-SIC 下具有最优可靠性，本文在实验中又加入了其与其他一般性算法的对比，使用随机算法来表征其他一般性算法。算法实质是随机选择用户组配策略，并在所选定的组配策略下按照算法 2 确定发射功率，计算出平均误码率后再以此指标作为策略留存的依据。经过一段时间的迭代比较，最终收敛到一个局部最优策略。显然，在可靠性指标上，算法 3 明显优于随机算法。

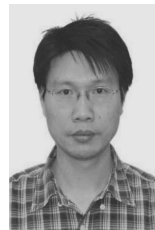
## 7 结束语

本文分析了基于PD-NOMA的物联网可靠接入问题。通过建立信号级误码率模型，提出了启发式算法，并证明了该算法在2-SIC情况下的唯一最优性。理论证明和性能评估均验证了所提算法的有效性。传输可靠性是无线网络的重要指标。由于PD-NOMA是下一代无线网络的候选媒体访问技术标准，因此，为其找到用于高可靠通信的快速算法是必不可少的。本文的研究结果为下一代高可靠低时延物联网奠定了理论和技术基础。

### 参考文献：

- [1] DI B, SONG L, LI Y, et al. Non-orthogonal multiple access for high-reliable and low-latency V2X communications in 5G systems[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2017, 35(10): 2383-2397.
- [2] LI X, LI D, WAN J, et al. A review of industrial wireless networks in the context of industry 4.0[J]. Wireless Networks, 2015, 23(1): 23-41.
- [3] DUAN P, JIA Y, RODRIGUEZ J, et al. Space-reserved cooperative caching in 5G heterogeneous networks for industrial IoT[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2018, 14(6): 2715-2724.
- [4] KONG F, SUN X, LEUNG V C M, et al. Delay-optimal biased user association in heterogeneous networks[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2017, 66(8): 7360-7371.
- [5] SUN G, AYEPAH-MENSAH D, LU L, et al. Delay-aware content distribution via cell clustering and content placement for multiple tenants[J]. Journal of Network and Computer Applications, 2019(137): 112-126.
- [6] ZHANG X, MARTIN H. The performance of successive interference cancellation in random wireless networks[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2014, 60(10): 6368-6388.
- [7] DING Z, LEI X, KARAGIANNIDIS G K, et al. A survey on non-orthogonal multiple access for 5G networks: research challenges and future trends[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2017, 35(10): 2181-2195.
- [8] XU Y, LI G, YANG Y, et al. Robust resource allocation and power splitting in SWIPT enabled heterogeneous networks: a robust minimax approach[J]. IEEE Internet of Things Journal, 2019, 6(6): 10799-10811.
- [9] HALPERIN D, ANDERSON T E, WETHERALL D. Taking the sting out of carrier sense: interference cancellation for wireless LANs[C]// Proceedings of the 14th ACM International Conference on Mobile Computing and Networking. New York: ACM Press, 2008: 339-350.
- [10] 龚明言, 杨震. 针对 MIMO-NOMA 系统中配对弱用户的空时编码方案[J]. 通信学报, 2018, 39(6): 181-189.  
GONG M Y, YANG Z. Space-time coding scheme for the paired weak user in MIMO-NOMA systems[J]. Journal on Communications, 2018, 39(6): 181-189.
- [11] LOYKA S, GAGON F. Performance analysis of the V-BLAST algorithm: an analytical approach[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2004, 3(4): 1326-1337.
- [12] SHEN C, ZHU Y, ZHOU S, et al. On the performance of V-BLAST with zero-forcing successive interference cancellation receiver[C]//IEEE Global Telecommunications Conference. Piscataway: IEEE Press, 2004: 2818-2822.
- [13] WANG X, LABEAU F, MEI L. Closed-form BER expressions of QPSK constellation for uplink non-orthogonal multiple access[J]. IEEE Communications Letters, 2017, 21(10): 2242-2245.
- [14] XU C, MA K, XU Y, et al. Optimal power scheduling for uplink transmissions in SIC-based industrial wireless networks with guaranteed real-time performance[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2018, 67(4): 3216-3228.
- [15] SHI S, YANG L, ZHU H. Outage balancing in downlink nonorthogonal multiple access with statistical channel state information[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2016, 15(7): 4718-4731.
- [16] HUANG H, WANG J, WANG J, et al. Symbol error rate performance analysis of non-orthogonal multiple access for visible light communications[J]. Communications China, 2017, 14(12): 153-161.
- [17] FERDI K, HAKAN K. On the BER performances of downlink and uplink NOMA in the presence of SIC errors over fading channels[J]. IET Communications, 2018, 12(15): 1834-1844.
- [18] SADIA H, ZEESHAN M, SHEIKH S A. Performance analysis of downlink power domain NOMA under fading channels[C]//IEEE 2018 ELEKTRO. Piscataway: IEEE Press, 2018: 1-6.
- [19] XIA B, WANG J, XIAO K, et al. Outage performance analysis for the advanced SIC receiver in wireless NOMA systems[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2018, 67(7): 6711-6715.
- [20] ASSAF T, AI-DWEIK A, MOURSI M E, et al. Exact BER performance analysis for downlink NOMA systems over Nakagami-m fading channels[J]. IEEE Access, 2019(7): 134539-134555.
- [21] XU C, WU M, XU Y, et al. Uplink low-power scheduling for delay-bounded industrial wireless networks based on imperfect power-domain NOMA[J]. IEEE Systems Journal, 2020, 14(2): 2443-2454.
- [22] 孙彦景, 刘洋, 周家思, 等. 基于非完美信道信息的 MIMO NOMA 系统和速率最大化[J]. 通信学报, 2019, 40(11): 94-100.  
SUN Y J, LIU Y, ZHOU S J, et al. Sum-rate maximization in MIMO NOMA system with imperfect CSI[J]. Journal on Communications, 2019, 40(11): 94-100.

### [作者简介]



徐朝农（1975—），男，安徽巢湖人，博士，中国石油大学（北京）副教授、博士生导师，主要研究方向为工业无线网络、物联网、嵌入式系统。

吴建维（1994—），男，黑龙江大庆人，中国石油大学（北京）硕士生，主要研究方向为无线通信与网络。

徐勇军（1979—），男，安徽安庆人，博士，中国科学院计算技术研究所研究员、博士生导师，主要研究方向为物联网、大数据技术。

# 《通信学报》第九届编辑委员会

主任委员：方滨兴

常务副主任委员：张 平

副主任委员：陆建华      张延川      衣雪青      马建峰

                 杨 震      杨晨阳      彭长根      刘华鲁

委员：（按姓氏笔画排序）

丁 群	于 全	王万良	王汝言	王怀民	王良民
王佰玲	王晓阳	王新兵	韦乐平	龙 军	田 辉
田有亮	田俊峰	兰巨龙	朱洪波	仲 红	邬江兴
邬贺铨	刘 全	刘晓光	刘韵洁	李少谦	李风华
李建东	李陶深	杨盘隆	吴 俊	吴 巍	吴素萍
吴晓平	沙学军	沈庆国	沈连丰	张士兵	张云勇
张玉清	张更新	张钦宇	陈 兵	陈山枝	陈后金
陈兴蜀	范九伦	林金朝	欧阳缮	易东山	罗 娟
罗军舟	周一青	孟洛明	桂 冠	贾 焰	钱志鸿
徐立中	郭 磊	黄传河	黄梦醒	崔江涛	章献民
隆克平	韩国强	蔡 康	裴庆祺	谭国真	魏蛟龙

Kwang-Cheng Chen（南佛罗里达大学）

Shu-Guang Cui（加州大学）

Tom Hou（弗吉尼亚理工大学）

Yi Qian（内布拉斯加大学）

## 收录声明

本刊对发表的文章,拥有出版电子版、网络版版权,并拥有和其他网站交换信息的权利。本刊支付的稿酬中已经包含上述费用。

*Journal on Communications* has the copyright to publish electronic edition, online edition of the published articles, and has the right to exchange information with other sites. The expenses have been included in the fee paid by editorial department.

## 道德声明

本刊发表的论文是作者独立取得的原创性研究成果,无一稿多投;论文内容不涉及国家机密;未曾以任何形式用任何文种在国内外公开发表过;论文内容不侵犯他人著作权和其他权利。若发生一稿多投、侵权、泄密等问题,论文作者将承担全部责任。

The authors of *Journal on Communications* guarantee that their submitted articles are original and contain nothing confidential. The said article is only submitted to *Journal on Communications*. The said article has not been published before and has not been submitted elsewhere for print or electronic publication consideration. The said article is no way whatever a violation or an infringement of any existing copyright or license from the third party. Otherwise, the authors of the said article shall take the blame for the violation or infringement of the related copyright and the leakage of secrets.

# 通信学报

Journal on Communications



发行代号：  
国内2-676  
国外M395

2020年9月25日出版 定价：98.00元

ISSN 1000-436X



9 771000 436205